

SIMLAB

SIMLAB : MODÈLE COMPORTEMENTAL, DYNAMIQUE ET STRUCTUREL

**DOCUMENT TECHNIQUE
TECHNICAL DOCUMENT**

Luc Bissonnette, Charles Bellemarre, Nicholas-James Clavet,
Jean-Yves Duclos, Bernard Fortin, Guy Lacroix, Steeve Marchand
et Pierre-Carl Michaud

Décembre 2014



UNIVERSITÉ
LAVAL

Faculté des sciences sociales

ESG UQÀM



SIMLAB : Modèle comportemental, dynamique et structurel

Luc Bissonnette

Charles Bellemare

Nicholas-James Clavet

Jean-Yves Duclos

Bernard Fortin

Guy Lacroix

Steeve Marchand

Pierre-Carl Michaud

CIRPÉE

Université Laval

Décembre 2014

Table des matières

1 Introduction	1
2 Survol des modèles existants	3
2.1 Formes réduites et modèles structurels	3
2.2 Modèles structurels existants	5
2.3 Recherches dans le cadre canadien	9
3 Le modèle	12
3.1 Environnement	12
3.2 Préférences	14
3.2.1 Contrainte de budget	15
3.2.2 Sources de revenus	15
3.2.3 Richesse	20
3.2.4 Approximation des gains moyens pensionnables	22
3.3 Problème de maximisation et méthode de solution	23
4 Données et calibration	26
4.1 Sources de données	26
4.2 Pensions	27
4.2.1 Salaires	27
4.2.2 Gains moyens pensionnables	29
4.2.3 Richesse	30
4.2.4 Heures travaillées	31
4.3 Conditions initiales	32
4.4 Autres calibrations	33

4.5 Moments	33
4.6 Calibration des paramètres de préférences	36
5 Exemple de simulations : Réforme du Programme de la sécurité de la vieillesse	37
6 Conclusions : pistes pour des recherches futures	41
Références	45

1 Introduction

La présente section a pour objectif de décrire le modèle comportemental d'offre de travail au Canada. Le but de ce document est de fournir les bases nécessaires à la compréhension du modèle. Le lecteur intéressé par les détails du modèle devrait consulter la documentation initiale du modèle (cf. Bissonnette et al. (2013)). Certains passages du présent rapport sont tirés de ce document et sont reproduits ici en français avec la permission des auteurs.

Le modèle de microsimulation comportementale dynamique est avant tout un modèle de microsimulation dynamique d'offre de travail au Canada. Le modèle cherche à évaluer les comportements d'offre de travail au Canada et au Québec des ménages composés d'individus âgés de plus 50 ans, dans le but de modéliser les décisions liées à la retraite. L'approche par microsimulation, en contraste avec l'approche par macrosimulation, permet d'analyser les comportements de retraites pour des individus se situant dans tout les niveaux de la distribution de revenu. Ainsi, en modélisant et simulant de cette façon les comportements de travail, d'épargne et de prise de retraite à l'aide de cette technique, il est possible d'évaluer l'effet qu'auraient diverses réformes fiscales ou modifications des programmes sociaux sur la pauvreté des aînés. Il importe donc, pour faire de telles simulations, de prendre en compte l'hétérogénéité des agents économiques qui constituent la population.

Le modèle développé comporte trois dimensions de choix auxquels sont confrontés les ménages. La première dimension concerne le nombre d'heures de travail par semaine que les individus sont prêt à offrir. La seconde est la décision de demander à recevoir diverses prestations de retraite, comme le Régime de pensions du Canada (RPC), le Régime de rentes du Québec (RRQ) et

les pensions d'employeur. Ces deux dimensions sont distinctes dans le modèle de telle sorte qu'un travailleur peut décider de continuer à travailler même s'il reçoit des prestations. La dernière dimension est la décision d'épargner pour assurer un certain niveau de consommation à la retraite. Par conséquent, les travailleurs peuvent réagir à une variation dans la générosité des systèmes de retraite en ajustant leur plan d'épargne, leurs heures de travail et le moment auquel ils demanderont de recevoir leurs prestations de retraite. Les ménages font également face à un risque de mortalité qui vient s'ajouter aux autres éléments pouvant affecter leur comportement.

Autre fait notable, les ménages du modèle sont composés de deux conjoints afin de prendre en considération l'effet de décisions jointes traitant la retraite. La contrainte budgétaire des ménages est particulièrement détaillée grâce à l'utilisation d'un module de taxation développé par notre équipe. Celui-ci propose une modélisation raffinée des impôts, des transferts et des prestations de retraite, permettant des simulations de politiques publiques ou de réformes fiscales tout en tenant compte des effets indirects dus à la non-linéarité et à la complexité de la fiscalité québécoise.

Afin de modéliser la fiscalité québécoise de la manière la plus précise possible, nous avons calibré le modèle à l'aide de données pour d'être en mesure de reproduire un grand nombre de faits stylisés observés. Notre modèle reproduit de façon particulièrement fidèle les heures travaillées et le taux pension réclamé selon âge chez hommes et les femmes. Nous montrons comment l'ajustement du modèle varie lorsque nous changeons les valeurs des paramètres. Dans ce cas, les profils simulés varient de façon prévisible. Pour

illustrer la manière dont le modèle se déploie, la simulation de la réforme annoncée de la pension de vieillesse du Canada est présentée dans ce document.

La présentation de SIMLAB est structurée comme suit. La section 2 fait la comparaison entre les modèles structurels et les modèles en forme réduite. Elle discute également des modèles structurels existants et présente les recherches de même nature qui se font dans le cadre canadien. La section 3 présente en détail le modèle développé. Dans la section 4, nous discutons des données utilisées et de la méthode d'étalonnage. Dans la section 5, nous présentons l'ajustement du modèle, analyse de sensibilité et présentons un exemple de simulations de politiques. Enfin, la section 6 donne des pistes envisageables pour perfectionner le modèle.

2 Survol des modèles existants

2.1 Formes réduites et modèles structurels

Il existe une abondante littérature sur les déterminants des comportements de la retraite. La littérature a suivi deux approches générales. Tout d'abord, certaines études suivent une approche structurelle dynamique dans laquelle un modèle de cycle de vie est construit et pour lequel on estime des paramètres pertinents (paramètres de la fonction d'utilité, taux d'actualisation et les attentes / croyances) en se basant sur des données. Dans le cadre des modèles dynamiques, l'imposition d'une structure paramétrique est essentielle, puisqu'il est bien connu qu'un modèle où l'on voudrait intégrer préférences, taux d'escompte et anticipations ne serait pas identifié de façon non-paramétrique. Le choix d'une structure particulière est alors guidé par un arbitrage entre la

vraisemblance des prédictions du modèle et la complexité numérique dans la calibration de celui-ci.

En termes économiques, les préférences sont représentées par une fonction d'utilité. Face aux changements dans l'environnement fiscal, les agents maximisent leur bien-être personnel tel que représenté par cette fonction. Par ailleurs, il s'agit modèle dynamique, ce qui implique que les agents anticiperont les changements dans environnement fiscal futur et auront la possibilité d'ajuster en conséquence leur comportement dans la période présente. Lorsque la structure a été spécifié et que les paramètres du modèles ont été estimés, la simulation de politiques devient facile à réaliser, puisqu'il est possible de manipuler l'environnement fiscal et d'en prédire l'effet sur le comportement des agents tel que prédit par leur préférences. On peut alors simuler l'effet des politiques, à la fois de celles qui ont été observés dans le passé (l'analyse *ex post*) et ceux que l'on considère implémenter dans le future (l'analyse *ex ante*).

D'autres études suivent une approche de forme réduite pour analyser les déterminants de la retraite ou des décisions d'épargne. Lorsque ces approches sont utilisés dans le cadre des modèles dynamiques, elles seront considérés comme des approximations des modèles structurels. Par contre, comme ces modèles ne peuvent pas identifier le rôle de différents facteurs dans les décisions observées, ils ne sont pas idéaux pour simuler des politiques qui n'ont jamais été mises en places. D'un point de vue d'analyse de politiques, il est ainsi préférable de baser nos analyses et recommandations sur un modèle structurel.

Il a néanmoins été démontré que certains modèles de formes réduites ont

une certaine flexibilité qui permet d'analyser le rôle de l'hétérogénéité dans les décisions de retraite. Certaines études utilisent d'ailleurs une combinaison des deux approches. Par exemple, Stock et Wise (1990) formulent un problème similaire à un modèle structurel complet, mais supposent que les agents prennent leurs décisions en se basant sur une fonction objective différente de celle généralement utilisée dans un modèle standard de cycle vital. Le raccourci utilisé demande beaucoup moins de calcul ; et parvient à prédire adéquatement plusieurs aspects du modèle de cycle vital (Burkhauser et al., 2004).

Au sein de notre Chaire de recherche, et dans le cadre de ce projet, nous disposons à la fois de modèles en formes réduites et de modèles structurels. Cette section, néanmoins, parlera uniquement du modèle dynamique.

2.2 Modèles structurels existants

La majeure partie de la littérature sur les modèles structurels est adaptée à l'environnement des États-Unis. Les premiers modèles structurels de comportement de départ à la retraite ne tiennent pas compte de la nature commune des décisions dans les couples. Cela était en partie dû à la complexité de calcul nécessaire, mais également justifiable par la participation limitée des femmes âgées au marché du travail à cette époque (i.e., 1969 à 1979). Par conséquent, la première vague de documents était concentrée exclusivement sur le comportement des hommes plus âgés. Même les tentatives récentes comme celles de French (2005) ou de French et Jones (2011) se sont limitées à traitée de décisions individuelles plutôt que de décisions prises de façon conjointe au sein de l'unité familiale. Les modèles structurels existants à ce jour peuvent

être caractérisés par trois caractéristiques importantes : la nature des décisions modélisées, les sources d'incertitude intégrées et les fonctions d'utilité employées pour représenter les préférences des agents. Le Tableau 1 propose une synthèse d'un sous-ensemble représentatif des études dans cette littérature ancienne sur les modèles structurels prospectifs.

Les premières études dans ce domaines, comme que celles de Gustman et Steinmeier (1986) et Stock et Wise (1990) ont porté sur des décisions telles que l'âge de la retraite dans un cadre où la retraite était considérée comme un état absorbant. Certains chercheurs comme Berkovec et Stern (1991), ont assoupli cette hypothèse en permettant un retour au travail. De leur côté, Rust et Phelan (1997) ont élaboré un modèle dans lequel la décision de participation au marché du travail est distincte de la décision de demander ou non des prestations de sécurité sociale. L'une des caractéristiques importantes pour ces modèles est de permettre aux ménages d'épargner afin de leur permettre d'avoir une consommation supérieure à leur revenu disponible à un moment dans le temps. Selon Rust et Phelan (1997), cette flexibilité est importante puisque les décisions concernant l'épargne retraite et les décisions de travail sont probablement interdépendantes.

Une autre dimension importante à considérer est l'incertitude à laquelle sont confrontés les ménages. Dans le cas de Gustman et Steinmeier (1986), par exemple, on considère simplement un modèle avec certitude où les agents se commettent à prendre leur retraite à un âge donné et s'engagent très tôt à respecter cet âge de retraite. Bien qu'il puisse s'agir d'une bonne approximation, un monde sans incertitude est peu réaliste et un tel modèle ne pourra que difficilement expliquer l'impact de certaines décisions motivées par l'incer-

Table 1 – Modèles de retraite impliquant des hommes avec anticipations rationnelles

Études	Décisions	Sources d'incertitude	Function objectif
Gustman and Steinmeier (1986)	Âge de retraite Consommation	Aucune	Utilité espérée
Stock and Wise (1990)	Âge de retraite	Salaires	Option Value
Berkovec and Stern (1991)	Participation au marché du travail	Wages Santé	Utilité espérée
Rust and Phelan (1997)	Participation au marché du travail Demande de SSA	Statut marital Statut d'emploi Dépenses médicales Salaires	Utilité espérée
French (2005)	Participation au marché du travail Demande de SSA Consommation	Salaires Chocs sur la santé	Utilité espérée
French and Jones (2011)	Participation au marché du travail Demande de SSA Consommation	Wages Chocs sur la santé Dépenses médicales	Utilité espérée

titude concernant les revenus à la retraite, la santé, les dépenses médicales ou le fait de devenir veuf ou veuve. L'effet de ces sources d'incertitude sur le comportement dépendra de la façon dont les individus prennent des décisions et forment leurs anticipations. À l'aide de modèles structurels dynamiques, par exemple, French (2005) montre que le risque de dépenses médicales est important pour la retraite et les décisions d'épargne. French et Jones (2011) mettent l'accent sur le rôle joué par l'auto-assurance pour expliquer le comportement de la retraite dans un environnement de l'assurance maladie imparfait.

Finalement, une dernière dimension importante des modèles dynamiques structurels de retraite concerne l'unité de décision : Doit-on modéliser des individus prenant des décisions seuls ou des ménages prenant conjointement des décisions qui maximisent leurs bien être ? C'est Hurd (1990) qui a été le premier à documenter la prévalence de la retraite conjointe à l'aide du *New Beneficiary Survey* au début des années 80. Quelques années plus tard, Gustman et Steinmeier (2000) et Maestas sont venus à des conclusions similaires à l'aide de différentes enquêtes. Hurd (1990) propose que la complémentarité du loisir comme explication à la prévalence de la retraite conjointe même chez les époux d'âges différents. Alors que la modélisation proposée par Hurd (1990) repose sur un modèle dit "unitaire", Maestas (2001) et Gustman et Steinmeier (2000, 2004) proposent un modèle dans lequel les couples jouent à un jeu non-coopératif quand ils prennent les décisions liées à la retraite et où chaque individu prend une décision en se basant sur la réponse optimale de son conjoint. Maestas (2001), Mastrogiacomo et al. (2004), et Michaud et Vermeulen (2004) utilisent ce cadre, mais font l'hypothèse que les couples se sont engagés à prendre des décisions optimales au sens de Pareto. Cette hy-

pothèse est justifiée par le fait que les couples interagissant à répétition et possèdent de forts incitatifs à jouer un jeu coopératif plutôt que non coopératif. Malgré ces différences de modélisations, la plupart de ces études font valoir que la complémentarité des loisirs est l'explication la plus plausible en ce qui concerne la retraite jointe. Lorsqu'il est question de couple, l'incertitude est généralement omise, menant à une complexité de calcul difficilement applicable. Un contre-exemple notable est l'étude par Blau et Gilleskie (2001) dans laquelle les auteurs testent l'hypothèse que la couverture d'assurance d'un époux constitue un fort incitatif à coordonner la retraite.

Le modèle que nous présentons dans ce document permet l'intégration de plusieurs des dimensions présentées dans cette section. Nous permettons à l'unité familiale d'être composée d'un ou deux individus, modélisons tant les décisions de travail que les décisions d'épargne, en plus d'ajouter une dimension fiscale avec une précision qui, à notre connaissance, n'a jamais été atteinte dans la littérature. À ce stade-ci du développement du modèle, par contre, la seule source d'incertitude pour le couple concerne la mortalité. Permettre des sources d'incertitudes additionnelles augmenterait de façon considérable le temps de calcul requis.

2.3 Recherches dans le cadre canadien

À notre connaissance, il n'y a que très peu d'études qui ont été consacrées à l'analyse de la retraite au Canada. Nous ne connaissons aucun autre modèle structurel dynamique élaboré pour le cadre Canadien. Au mieux, l'approche par *Option Value Model* de Stock et Wise (1990) a été utilisée par Baker *et al.* (2004). Au-delà des considérations méthodologiques, ce papier est une source

Table 2 – Modèle structurel de décisions pour les couples

Étude	Décisions	Sources d'incertitude	Décisions jointes	Fonction objectif
Hurd (1990)	Âge de retraite	Aucune	Unitaire	Utilité sur l'ensemble de la vie
Gustman and Steinmeier (2000,2004)	Âge de retraite Consommation	None	Non-coopérative	Utilité sur l'ensemble de la vie
Blau and Gilleskie (2001)	Taux de sortie d'emploi Consommation	Santé Emploi Assurance	Unitaire	Utilité sur l'ensemble de la vie
Maestas (2001)	Âge de retraite	Aucune	Coopérative	Utilité sur l'ensemble de la vie
Michaud and Vermeulen (2004)	Heures travaillées, Demandes de prestations	Aucune	Coopérative	Statique (agents myopes)
Mastrogiacomo et al. (2004)	Âge de retraite and Consommation	Aucune	Coopérative	Utilité sur l'ensemble de la vie

d'information essentielle sur la retraite au Canada, et fait partie d'un recueil d'articles similaires édité par Gruber et Wise (2004) et présentant un tour d'horizon des systèmes de pensions dans le monde.

En matière d'étude en forme réduite, quelques rares études ont exploité les particularités fiscales canadiennes pour discuter de certains déterminants de la retraite. Par exemple, Baker et Benjamin ont exploité les différences dans les dates d'implémentations des réformes de la RRQ et du RPC pour analyser l'impact d'ajout de conditions de ressources (Baker et Benjamin, 1999) ou de l'introduction de la possibilité d'avoir une retraite anticipée sur l'offre de travail. Baker *et al.* (2003) ont étudié l'effet des programmes de sécurité du revenu canadien, trouvant des effets incitatifs significatifs sur la retraite. Ils concluent que la réforme des programmes sociaux peut jouer un rôle pour diminuer la pression fiscale.

Plus récemment, Lefebvre *et al.* (2011) ont utilisé l'analyse de durée pour étudier les tendances en matière de retraite au Canada. Ils trouvent que si nous avons vu une diminution progressive de l'âge auquel les Canadiens né avant 1945 prennent leur retraite, on doit s'attendre à la tendance inverse dans les années futures. Ils attribuent cette diminution observée dans plusieurs nations à un déclin de la générosité des plans de retraite anticipée et mentionnent que la hausse du niveau d'éducation à elle seule ne peut pas expliquer cette variation. Un modèle structurel tel que celui présenté dans ce document permettrait de déterminer quelle part de ce déclin est bel et bien causée par la générosité des pensions.

3 Le modèle

Cette section a pour objectif de présenter en détail le modèle et est divisée en quatre sous-sections. La première a pour objectif de décrire l'environnement économique auquel font face les ménages. La seconde présente la structure des préférences des agents. La troisième présente la contrainte de budget auquel font face les agents. Enfin, la dernière section décrit le processus d'optimisation que font les agents afin de maximiser leurs utilités.

3.1 Environnement

Soit t , l'âge du soutien économique principal du ménage (ou chef de famille) et f la différence de l'âge entre le chef de famille et son/sa conjoint(e). Les individus entrent dans le modèle à l'âge initial de $t = 50$ ans et peuvent vivre jusqu'à l'âge de $t = 100$. Chaque individu fait face à un risque de mortalité représenté par des taux de mortalité $m_{1,t}$ et $m_{2,t}$ et la probabilité de survivre des agents à la période $t + 1$ est donnée par l'expression $(1 - m_{1,t})(1 - m_{2,t-f})$.

Chaque année, chacun des époux doit prendre une série de décision. Soit $h_{.,t}$, les heures travaillées pour chacun des époux tandis que $.$ est utilisé pour dénoter que la notation s'applique aux deux époux. Nous ferons référence à un époux en particulier à l'aide des indices 1 ou 2. Le choix des heures travaillées se fait à partir d'une grille discrète. Les éléments de cette grille sont dénotés (h_0, \dots, h_{N_h}) tel que $N_h + 1$ est le nombre d'options pour les heures de travail (incluant la décision de ne pas travailler, h_0). Le nombre maximum d'heures qu'un individus peut travailler est représenté par t_h ,

En matière de décisions liées à la retraite, les individus peuvent choisir le moment de réclamation de certaines prestations. Les travailleurs peuvent être admissibles à une pension d'employeur à prestation déterminée. Le modèle pose $r_{.,t} = 1$ lorsque le travailleur a demandé sa prestation pour l'âge t et $r_{.,t} = 0$ sinon. Ces prestations peuvent être réclamées à partir de l'âge de $era_{db} = 55$ et il n'y a aucun avantage à repousser cette réclamation au-delà de l'âge $nra_{db} = 60$. Cette décision est un état absorbant, c'est-à-dire lorsque les individus atteignent cet état, ils y restent. Pour ceux qui n'ont pas de pension de fournie par l'employeur la décision relève du deuxième pilier du système de retraite canadien, soit le RPC/RRQ. Les travailleurs sont admissibles aux RPC/RRQ à l'âge de $era_{cpp} = 60$ et il existe des bénéfices de retarder la réclamation des ces prestations au-delà de 70 ans. Le modèle pose $r_{.,t} = 1$ lorsqu'un individu reçoit des prestations du RPC/RRQ et $r_{.,t} = 0$ sinon.

Dans un deuxième temps, les ménages doivent décider de leur niveau de consommation c_t . À noter que la consommation dans le ménage est commune. Pour le moment, le modèle ne permet pas aux ménages d'emprunter des ressources financières dans une institution. Il en est ainsi afin d'empêcher une richesse négative à la fin des périodes. Par conséquent, les ménages doivent épargner activement pendant qu'ils sont sur le marché du travail afin de financer activement leur consommation lorsqu'ils seront à la retraite.

Les ménages prennent leurs décisions en tenant compte du futur; ils maximisent leur utilité future espérée. Dans ce contexte, la décision de travail, de réclamation des prestations de retraite et d'épargne sont prises de façon jointes sous contraintes des ressources disponibles.

3.2 Préférences

Chaque année, les couples obtiennent de l'utilité en fonction de leur niveau de consommation et de loisir. La fonction d'utilité est donnée par :

$$u_t(c_t, l_{1,t}, l_{2,t}) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \alpha_1 \log(l_{1,t}) + \alpha_2 \log(l_{2,t}) + \alpha_{12} \log(l_{1,t} + l_{2,t}) \quad (1)$$

où $l_{i,t} = L_{max} - h_{i,t}$ et L_{max} représente la dotation en loisir de chaque personne dans le ménage (fixée à 84 heures par semaine). L'utilité est fortement séparable entre le loisir et la consommation, mais le loisir de chacun des époux peut être complémentaire ($\alpha_{12} > 0$) ou peut constituer un substitut ($\alpha_{12} < 0$). L'utilité est aussi concave à la fois dans entre le loisir et la consommation, c'est-à-dire que l'utilité marginale du loisir et de la consommation sont décroissantes. Pour la consommation, nous supposons que les agents ont des préférences à aversion relative pour le risque constante où γ est à la fois le coefficient d'aversion pour le risque relatif et l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle. Une valeur élevée pour ce paramètre implique que les heures travaillées au début du cycle vital réagissent moins aux changements dans les salaires ou autres incitatifs se produisant en âge avancé. Le logarithme de l'utilité du loisir suppose aussi une aversion relative pour le risque constante et constitue la limite du cas spécial où le coefficient d'aversion pour le risque tend vers 0. Nous supposons que α_k et α_2 dependent de l'âge en supposant que $\alpha_k = \exp(\alpha_{k0} + \alpha_{k1}t)$, $k = 1, 2$.

Si l'époux 1 décède, l'utilité obtenue par l'époux 2 est obtenue par la même spécification en supposant que $\log(l_{1,t}) = 0$, et inversement. Les ménages ont

aussi des préférences pour la consommation immédiate décrite par un facteur d'escompte β .

Par ailleurs, pour inclure les économies d'échelles dans les ménages, nous modifions la fonction d'utilité tel que suggéré par Scholz *et al.* (2006). Nous définissons premièrement le nombre d'adultes équivalent n_t . Par la suite, la consommation est ajustée dans la fonction d'utilité qui devient $n_t u_t(c_t/n_t, l_{1,t}, l_{2,t})$. De cette façon, l'utilité marginale de la consommation augmente avec n_t .

3.2.1 Contrainte de budget

La richesse initiale des ménages est dénotée a_{50} . Le revenu des ménages peut provenir de 5 différentes sources : les revenus de travail, la pension de la Sécurité de la Vieillesse, la pension prévue par l'employeur, les prestations du RPC ou de la RRQ, et les revenus d'intérêt sur investissement. La présente section a pour objectif de décrire la manière avec laquelle ces différentes sources de revenus sont agrégées et taxées dans le but de former le revenu disponible et de décrire la contrainte de budget intertemporelle.

3.2.2 Sources de revenus

Les revenus de travail dépendent du nombre d'heures travaillées et du salaire w_t de chaque époux. Nous supposons un salaire réel constant dans le temps, puisque la croissance des salaires réels est généralement limitée après 50 ans. Il y a un coût fixe à travailler à temps partiel, ce qui mène à une fonction de salaire donnée par $\psi(w_t, h_{i,t})$. Lorsqu'un individu travaille à temps partiel, le salaire est donné par ρw_t ($\rho < 1$); l'individu qui travaille à

temps plein reçoit un salaire de w . Les revenus de travaux sont donc donnés par $y_{.,t}^e = \psi(w, h_{.,t})h_{.,t}$.

La Sécurité de la Vieillesse est le premier pilier du système de pension canadien. Le modèle prend en compte deux composantes de ce système : la *Pension de la Sécurité de la Vieillesse* et le *Supplément de Revenu Garanti*. Chaque résident canadien âgé de 65 ans ou plus est admissible à recevoir des prestations de Sécurité de la Vieillesse. Le montant de cette pension s'élevait à 6 619\$ en 2014. Pour avoir droit à une pleine pension, un individu doit avoir résidé au Canada pendant au moins 40 ans. Le modèle suppose néanmoins que tous les individus ont droit à une pleine pension. La pension de la sécurité de la vieillesse est un programme sous condition de ressources avec un remboursement à hauteur de 15% pour les revenus supérieurs à 71 592\$, menant à un plein remboursement du montant versé pour des revenus supérieurs à 114 815\$ (incluant la prestation de la SV). Un individu recevant des paiements de pension de Sécurité de la vieillesse dont les autres sources de revenus sont modestes est admissible à recevoir des versements de Suppléments de revenus garantis. Un individu célibataire, veuf ou divorcé recevra un montant annuel de 8 974\$, montant remboursable à un taux de 50% basé sur le revenu familial excluant la pension de la Sécurité de la Vieillesse. Un couple recevra un montant maximal de 11 901\$ remboursé à un taux de 25%. Une exemption de 3 500\$ s'applique sur les revenus de travail de chaque individu. Les revenus de sécurité de la vieillesse seront dénotés $y_{.,t}^{oas}$ dans ce document.

Le deuxième pilier du système de retraite comprends le RPC ou la RRQ, selon la province de résidence. Les prestations de retraites peuvent être versées dès l'âge de $era_{cpp} = 60$, puis il y a un crédit actuariel de 0.072 pour

chaque année avant l'âge de $nra_{cpp} = 65$ et de 0.084 par la suite et jusqu'à l'âge de 70 ans. Les prestations dépendent d'une mesure de gains moyens pensionables sur l'ensemble de la carrière. La fonction déterminant les prestations est dénotée $b_{cpp}(ape_{.,t}, t)$, où t est l'âge auquel les prestations sont demandées la première fois. Si $t = nra_{cpp}$, il n'y a pas de pénalité actuarielle et $b_{cpp}(ape_{.,t}, t) = 0.25 ape_{.,t}$. Pour des raisons de simplicité de calcul, nous ne garderons pas en mémoire l'âge auquel les individus ont pris leur retraite et appliquerons plutôt la pénalité actuarielle directement aux gains moyens pensionables, impliquant la forme suivante :

$$b_{cpp}(ape_{.,t+1}, nra_{cpp}) = b_{cpp}(ape_{.,t}, t) \quad (2)$$

Une autre source de revenus de retraite provient de régime de pension d'employeur. Nous dénotons $db = 1$ si un individu a accès à une telle pension et $db = 0$ si ce n'est pas le cas. Ces plans de pensions diffèrent généralement entre les individus. Néanmoins, aux fins du modèle, nous avons élaboré un plan type représentatif de la majorité des principaux plans canadiens. (e.g. **Teachers'**, **OPB**). Ce plan représentatif est basé sur les 5 meilleurs revenus annuels. Le taux de remplacement est de 2% par année d'expérience avec un maximum établi à 70% pour 35 années d'expérience. Nous supposons que chaque agent travaille depuis l'âge de 25 ans et a ainsi accumulé sa pension maximale lorsqu'il devient éligible à recevoir cette pension à l'âge de 60 ans ($nra_{db} = 60$). La plupart des pensions permettent néanmoins une retraite anticipée de $era_{db} = 55$. Finalement, passé 65 ans, l'âge normal de retraite pour le RPC et RRQ, les prestations de retraites sont réduite d'un montant correspondants aux prestations de RPC/RRQ versées. Ainsi, nous supposons que les

agents ne prennent qu'une seule décision intégrée pour demander ces prestations de revenus bien qu'il serait possible, en théorie, de demander les versements de ces deux prestations à des âges différents. Notez qu'encore une fois, au lieu de garder en mémoire l'âge auquel l'individu prend sa retraite, nous pénalisons directement le montant des gains pensionables sous ce plan de pension.

La dernière source de revenus est constituée des revenus d'intérêts sur la richesse accumulée. Ce revenu est donné par $y_t^{cap} = r a_t$, où a_t est la valeur de la richesse accumulée au début de la période t et r est un taux d'intérêt réel.

Le revenu net d'un ménage est donc déterminé à l'aide d'une fonction de taxation considérant ces cinq sources de revenus familiaux pour une année donnée :

$$y_t^n = \tau(y_{1,t}^e, y_{2,t}^e, y_{1,t}^{oas}, y_{2,t}^{oas}, y_{1,t}^{cpp}, y_{2,t}^{cpp}, y_{1,t}^{db}, y_{2,t}^{db}, y_t^{cap}) \quad (3)$$

La liste des taxes et transferts inclus dans cette fonction se trouve dans le Tableau 3. Nous supposons que les couples n'ont pas d'enfants. Les programmes sociaux présentés ici ont été programmés pour chaque année entre 2011 et 2014. Sauf indications contraires, les résultats présentés utiliseront les taux de 2014.

Notez que le module de taxation a été développé dans le cadre canadien et inclut par conséquent les taxes et transferts de 10 provinces Canadiennes. Le module de taxation inclut les taxes provinciales et fédérales sur le revenu, certaines sur-taxes spécifiques à certaines provinces et plusieurs crédits d'impôt remboursables ou non. Par contre, le module ne permet pas encore la redistribution des ressources au sein du ménage dans le but d'optimiser le revenu

Table 3 – Liste des taxes et des transferts inclus dans *SimTAX*

Impôts fédéraux sur le revenu
Impôts provinciaux sur le revenu
Surchages
Contributions santé
Supplément de revenu garanti
Sécurité de la vieillesse (et son remboursement)
Cotisation au RPC/RRQ (contributions et CINR)
Aide social
Primes d'assurance-emploi (contributions et CINR)
Prime au travail du Québec
Régime québécois d'assurance parentale (contributions et CINR)
CINR : Montant canadien pour l'emploi (Employment Canada)
CINR : Montant en raison de l'âge
CINR : Montant pour revenu de pension
CINR : Senior supplementary amount (Sask.)

Note : CINR signifie *Crédit d'impôt non remboursables fédéraux* (voir la liste complète officielle sur le [site de l'Agence du revenu du Canada \(2014\)](#)).

disponible.

Le module de taxation inclut aussi l'assistance sociale sous forme de transferts gouvernementaux basés sur le revenu familial, et ce pour les 10 provinces. Il s'ensuit qu'aucun ménage ne peut se trouver dans une situation où il ne serait pas en mesure de consommer suite à un revenu brut nul. Cette caractéristique est importante de par la fonction d'utilité du modèle économique. Le calcul des prestations d'assurance sociale se base sur les montants maximums de prestations, l'exemption de revenus et le taux de remboursements propre à chaque province. Le module inclut aussi la prime au travail du Québec, une subvention ayant pour but de compenser le taux de remboursement de l'aide sociale auquel font face les travailleurs peu fortunés. Ce taux, au bout du compte, correspond à une taxation marginale effective de 100%.

Pour illustrer la structure du module de taxation, la figure 1 présente un exemple simple d'une contrainte budgétaire pour un ménage à revenu unique au Québec. Elle montre à la fois le revenu disponible et le taux effectif marginal d'imposition pour un niveau donné de revenu de marché (composé du revenu de travail et du revenu de retraite). Les lignes pleines représentent un ménage dont le salarié est âgé de moins de 65 ans - soit entre 50 et 65 ans - tandis que les lignes pointillées représentent un ménage dont le salarié est âgé de plus de 65 ans. La différence entre les deux est due au fait que les agents plus âgés ont droit à la SV et au SRG. Aussi, le revenu disponible est assez stable pour les premiers 15 000 \$ gagnés en raison du niveau élevé de récupération de l'aide sociale¹. Pour les revenus au-delà de 25 000 \$ les taux effectifs marginaux d'imposition correspondent aux paliers d'imposition du provincial et du fédéral. À noter qu'autour de 65 000 \$, la récupération de la prestation de la SV conduit à un taux marginal d'imposition effectif plus élevé pour les contribuables âgées, et ce, jusqu'à ce qu'elle soit entièrement remboursée.

3.2.3 Richesse

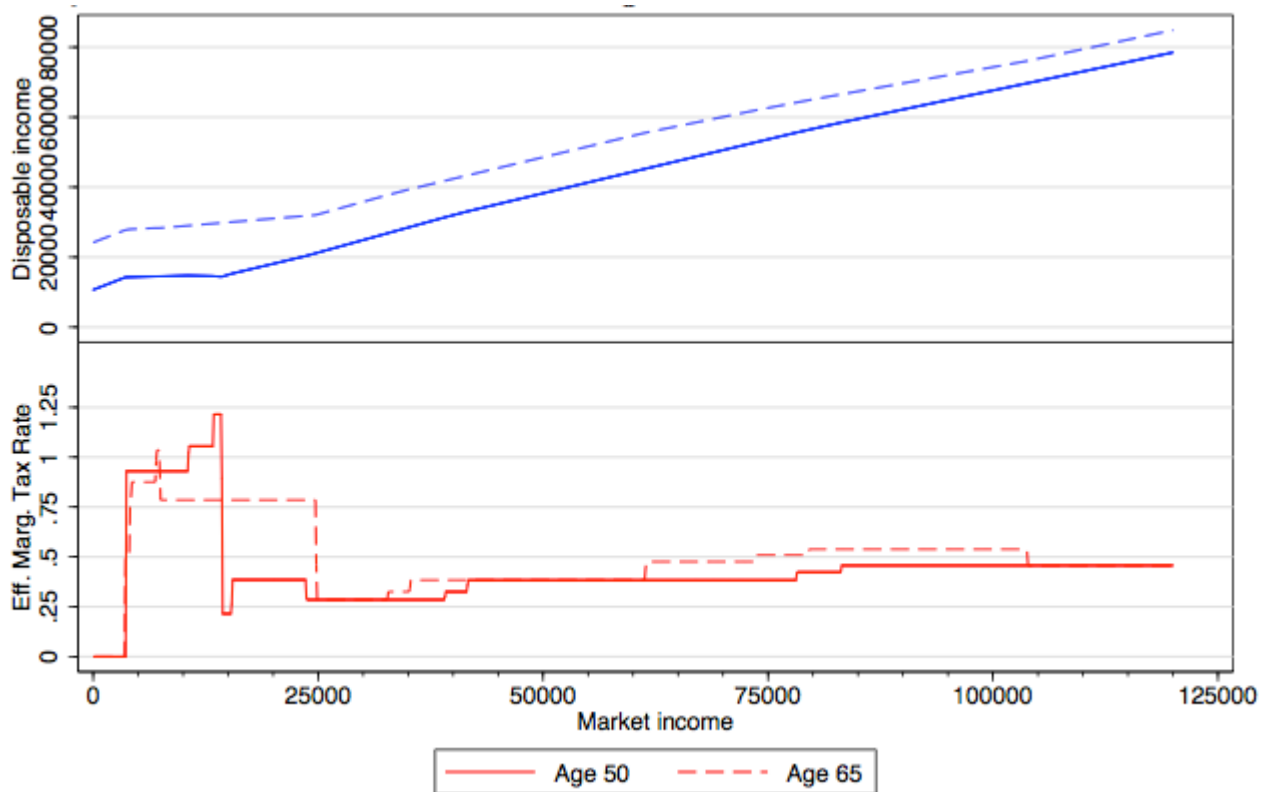
Soit a_t , la richesse d'un individu au début de la période t . La quantité d'enchâsses disponibles avant toute consommation est défini de la manière suivante :

$$x_t = a_t + y_t^n$$

La richesse dépend des choix qui sont fait sur le marché du travail ainsi que des décisions de retraite qui ont été prise. Par ailleurs, une contrainte d'emprunt

1. Le taux effectif marginal d'imposition correspondant au premier 15 000 \$ oscille autour de 1, c'est-à-dire que pour chaque dollar gagné sur le marché du travail, l'État coupe un dollar aux prestations d'aide sociale.

Figure 1 – Le revenu disponible et le taux d'imposition marginal effectif en fonction du revenu de marché



Note : Le revenu de marché du seul travailleurs dans un ménage composé de deux personnes.
Source : Tiré de Bissonnette *et al.* (2013)

et de consommation est imposée aux individus afin que la richesse de demain, a_{t+1} soit non-négative. Les individus peuvent donc consommer à l'intérieur de l'intervalle $[0, x_t]$ et la quantité d'encaisses disponible à la période suivante est déterminé par $a_{t+1} = x_t - c_t$

3.2.4 Approximation des gains moyens pensionnables

En recevant un salaire annuel relativement élevé, un travailleur peut faire augmenter ses gains moyens pensionnables (GMP). Idéalement, le modèle utiliserait l'ensemble de l'historique des revenus pour déterminer les gains moyens pensionnables. Cette approche étant néanmoins numériquement très difficile à implémenter, voir impossible, le modèle utilise une approximation pour mettre à jour le GMP en utilisant une moyenne mobile. Nous supposons premièrement qu'un agent ne verra jamais diminuer ses GMP, en supposant donc qu'une année de faible revenu ne sera utilisées dans le calcul. Rappelons qu'il est possible d'éliminer les années faisant partie du 15% de plus faibles revenus dans le calcul de la RRQ et du RPC, et que les pensions privées ne se basent que sur les 5 meilleures années. Par la suite, si le revenu annuel est supérieur aux GMP, une somme pondérée du GMP de la période précédent et du revenu de la période actuelle est utilisée. Comme la RRQ/RPC repose sur les 25 meilleures années de revenus et que les régime de pension d'employeur reposent sur les 5 meilleures années, notre équation de transition donne une pondération respective de $\frac{1}{25}$ et $\frac{1}{5}$ au revenu de la période courante. Il s'ensuit

une fonction de transition donnée par :

$$APE_{.,t+1} = \begin{cases} \max\left(\frac{24}{25}APE_{.,t} + \frac{1}{25}\min(\omega_{.,t}h_{.,t}; 48, 300); APE_{.,t}\right) & \text{if } db. = 0 \\ \max\left(\frac{4}{5}APE_{.,t} + \frac{1}{5}\omega_{.,t}h_{.,t}; APE_{.,t}\right) & \text{if } db. = 1 \end{cases}$$

Cette approche est entre autres utilisée par French (2005) et French et Jones (2011).

3.3 Problème de maximisation et méthode de solution

Soit s_t , le vecteur des variables d'état au début de la période t . Vecteur inclus des variables constantes dans le temps, f, db_1, db_2, w_1, w_2 , et certaines variables d'état endogènes, $p_{1,t-1}, p_{2,t-1}, ape_{1,t}, ape_{2,t}, a_t$.

Le vecteur de décision est divisé en deux. D'une part, le vecteur comporte des décisions discrètes d_t qui incluent $h_{1,t}, h_{2,t}, p_{1,t}, p_{2,t}$. L'ensemble des choix possibles pour un individu à l'état s_t au temps t est donné par $D_t(s_t)$. L'autre décision, continue, est celle de la consommation c_t .

Il est utile de représenter le problème de maximisation de l'agent en termes d'équations de Belleman.

Soit j , un élément de $D_t(s_t)$. La valeur de choisir la décision j à l'âge t lorsque l'on se trouve à l'état s_t est donnée par $V_{j,t}(s_t)$. Pour un ménage à deux époux,

cette valeur est donnée par :

$$\begin{aligned}
V_{c,t}^j(s_t) = & \max_{c_t} u(c_t, l_{1,t}, l_{2,t}) + \varepsilon_{j,t} + \\
& \beta [(1 - m_{1,t})(1 - m_{2,t-f})EV_{c,t+1}(s_{t+1}) + \\
& m_{1,t}(1 - m_{2,t-f})EV_{2,t+1}(s_{t+1}) \\
& + (1 - m_{1,t})m_{2,t-f}EV_{1,t+1}(s_{t+1})] \tag{4}
\end{aligned}$$

où $\varepsilon_{j,t}$ capture un choc de préférences pour l'option j et qui est observé au temps t par le ménage et non par l'analyste. Les valeurs futures de ces chocs sont inconnues des ménages. Nous supposons que ces chocs sont indépendants dans le temps et entre les choix et qu'ils suivent une distribution de type « Valeur Extrême Généralisée » de type 1 (aussi connue sous le nom de loi Gumbell) de variance σ .

La valeur pour un individu seul ($k = 1, 2$) est donnée par :

$$V_{k,t}^j(s_t) = \max_{c_t} u(c_t, l_{1,t}, l_{2,t}) + \varepsilon_{j,t} + \beta [(1 - m_{k,t-f})EV_{k,t+1}(s_{t+1})] \tag{5}$$

Les agents choisissent l'option qui maximise leur utilité espérée. Ainsi, tant pour les couples que pour les individus seuls,

$$V_{c,t}(s_t) = \max_{j \in D_i(s_t)} V_{c,t}^j(s_t) \tag{6}$$

De par l'hypothèse sur la distribution des chocs de préférences, $EV_{c,t+1}$ est donné par :

$$EV_{c,t+1}(s_{t+1}) = \kappa\sigma + \sigma \log \left(\sum_{j \in D_{t+1}(s_{t+1})} V_{c,t+1}^j(s_{t+1})/\sigma \right) \quad (7)$$

où κ est la constante d'Euler.

Aucune solution analytique n'étant connue pour ce problème d'optimisation, la solution est trouvée à l'aide de méthode numérique par induction à rebours. La stratégie de résolution consiste à considérer le plus vieil âge possible, T , période à laquelle un ménage consommera toutes ses ressources puisqu'il ne dérive aucune utilité du future. Rappelons que nous imposons que les couples de cet âge ne peuvent travailler et doivent avoir déjà demandé leurs prestations de retraite. Il est donc trivial de déterminer la valeur de chaque état à cet âge. Nous définissons donc une grille dans l'espace des états continus $(w_1, w_2, ape_1, ape_2, a)$ et calculons la valeur de chacune des combinaisons possibles d'états discrets et de valeurs des états basés sur la grille. Pour illustration, supposons que cette grille contient 10 points pour les salaires de chaque membre du couple et 20 points pour la richesse accumulée. Il s'ensuit qu'il existe 200,000 combinaisons (soit $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 20$) si l'on considère les 5 dimensions. Ces 200,000 dimensions sont en retour multipliées par le nombre de combinaisons possibles pour les états discrets. Pour une seule province de résidence, nous utiliserons généralement une grille de 3.52 millions d'états. Nous calculons donc la valeur à chacun de ces points, et reculons d'une période à l'âge $T - 1$, âge pour lequel nous connaissons maintenant la valeur espérée de chaque état futur. Il est maintenant possible de trouver la

consommation optimale pour chaque option j à l'aide de l'algorithme par *Golden Section search* de (Kiefer, 1953). Cela nous donne un ensemble de valeur pour chaque option, ce qui nous permet en retour de déterminer EV pour cette période. La stratégie est de procéder à rebours de cette façon jusqu'à l'âge $t = 50$.

Il s'agit donc de partir de conditions initiales pour le modèle, dérivées à l'aide de bases de données pertinentes. Lorsque la solution au modèle d'optimisation est connue, il est possible de calculer une probabilité de transition entre les états à chaque période à l'aide des grilles de valeurs calculées ci-haut.

4 Données et calibration

Cette section discute des sources de données utilisées ainsi que des méthodes utilisées pour calibrer le modèle. Plus de détails sont disponibles dans la documentation originale (cf. Bissonnette *et al.*, 2013)

4.1 Sources de données

Le modèle a été calibré à l'aide de deux sources de données principales. Premièrement, la distribution des conditions initiales a été obtenue en se basant sur la vague de 2008 de l'*Enquête Dynamique du Travail et du Revenu* (EDTR). L'EDTR contient de l'information sur l'âge des individus ou des époux d'un ménage, leur province de résidence, leurs salaires et leur éligibilité à un régime de pension d'employeur. L'EDTR ne contient par contre aucune information sur la richesse des ménages. Pour pallier à ce problème, l'Enquête sur

la Sécurité Financière de 2005 a servie de base pour l'estimation d'un modèle de richesse. La procédure utilisée pour imputer des niveaux de richesses dans l'EDTR est disponible ci-bas. La procédure de calibration du modèle tente de reproduire l'information agrégée sur l'offre de travail, les décisions de pensions et sur la richesse accumulée. Le Tableau 4 présente la source d'information utilisée pour les variables du modèle.

4.2 Pensions

Les répondants de l'EDTR qui rapportent avoir accès à une pension avec leur employeur ($db = 1$) ne spécifient pas s'il s'agit d'une pension à prestations déterminées ou à cotisations déterminées. Nous modélisons toutes les pensions comme étant à prestations déterminées. Bien que cette hypothèse simplificatrice puisse sembler extrême, Broadbent *et al.* (2006) rapporte qu'en 2004 au Canada, 77% des pensions avec l'employeur étaient à prestations déterminées et seulement 7.6% étaient à contributions déterminées. Les autres plans étaient une combinaison ces deux plans. Nous définissons un répondant comme ayant déjà demandé ses prestations de pensions s'il rapporte une valeur positive dans les variables *cpqpp42* ou *pen42*.

4.2.1 Salaires

Les salaires sont observés dans la population seulement si un individu travaille. Il importe de déterminer le salaire des gens qui ne sont pas en emploi. Pour ce faire, nous procédons à une imputation du salaire offert pour un travail à temps plein basée sur le modèle de sélection d'Heckman. Le modèle a été

Table 4 – Description des variables du modèle

Variable	Description	Definition
STATE		
$prov$	Province de résidence	EDTR : $pvreg25$
db	Admissibilité à un régime de pension d'employeur	EDTR, dérivé de $penIn1$
$p_{i,t-1}$	Répondant a déjà demandé ses prestations de retraites	EDTR, Valeur positive pour $cpqpp42$ (RPC) ou $pen42$ (régime de pension d'employeur) imputé à partir de l'EDTR
$ape_{i,t}$	Gains moyens pensionnables	imputé à partir de l'EDTR
$w_{i,t}$	Salaire de chaque époux	imputé à partir de l'EDTR
a	Valeur de la richesse	Imputé imputé à partir de l'EDTR basé sur l'ESF
CONTROL		
$h_{i,t}$	Intensité de l'offre de travail	EDTR $alhrp28$, normalisée par une année complète of 40 X 52 heures
$p_{i,t}$	Demander ses prestations de retraite (voir ci-haut)	

estimé à l'aide de l'échantillon des travailleurs entre 45 et 70 ans. Les résultats sont disponibles sur demande.

4.2.2 Gains moyens pensionables

Pour construire le niveau de gains moyens pensionables accumulé à 50 ans, il faudrait en principe connaître l'historique de travail entier de chaque répondant. Cette information n'étant pas à notre disposition, nous utilisons plutôt une méthode d'imputation. La procédure suivante a été utilisée :

- Un historique synthétique a été généré
 - En se basant sur la variable *yrxfte11* de l'EDTR, nous connaissons l'expérience de travail (équivalence temps plein) de chaque répondant.
 - En se basant sur cette information, nous imputons les revenus de travail pour les 25 dernières années. Pour ce faire, nous avons supposé une augmentation de salaire annuelle de l'ordre de 2%. L'historique de revenu est donc construit à rebours en se basant sur le salaire imputé en 2008, tel que décrit ci-haut.
 - Pour les répondants qui n'ont pas accès à un régime de pension d'employeur, le revenu pensionable est censuré selon le maximum admissible (e.g., 44 900\$ in 2011).
- À partir de cet historique synthétique, les gains moyens pensionables sont calculés en se basant sur :
 - Les 5 meilleures années pour les régimes de pension d'employeur.
 - Les 5 meilleures années ceux n'ayant pas accès à régime de pension d'employeur

$$GMP_{.,t=50} = \begin{cases} \frac{1}{25} \sum_{y=1}^{25} \frac{\min(w_{.,t} h_{i,t}; MaxAmount_y)}{1.02^{t-y}} & \text{si } Priv. = 0 \\ \frac{1}{5} \sum_{y=1}^5 \frac{w_{.,t} h_{.,t}}{1.02^{t-y}} & \text{si } Priv. = 1 \end{cases} \quad (8)$$

où $MaxAmount_t$ est le montant pensionable maximum admissible à la RRQ ou au RPC pour cette année.

4.2.3 Richesse

Comme l'EDTR n'a pas d'information sur la richesse, nous utilisons l'information de l'ESF (2005) pour calculer la distribution de la richesse accumulée. Cette variable est définie comment étant la valeur nette des actifs du couple, duquel nous avons retranché la valeur de la résidence principales et autres biens durables. La valeur de la résidence a été exclue pour éviter de modéliser l'influence de la valeur de la maison sur la consommation à chaque période. En effet, dans le cadre canadien, la décision de liquider sa maison dans le but de consommer sa valeur se présente davantage comme une décision discrète unique (i.e., vendre la demeure) plutôt qu'une décision continue dans le temps (e.g., prendre une hypothèque inversée).

Nous utilisons les caractéristiques observables communes aux deux enquêtes pour prédire le montant accumulé par les familles de l'EDTR. Ces caractéristiques choisies sont le salaire, l'âge, l'éducation, le nombre d'enfants, le statut de propriétaire, l'admissibilité à un régime de pension d'employeur et la province de résidence. Nous limitons notre analyse aux individus âgés entre 45 et 55 ans. Voir la documentation originale pour les résultats de l'estimation.

4.2.4 Heures travaillées

Le modèle repose sur les heures annuelles travaillées telles que déclarées dans l'EDTR (*alhrp28*). Pour obtenir une correspondance entre les heures déclarées et notre espace de décision discret, une année complète de travail est déterminée comme étant 52 semaines à 40 heures travaillées par semaine. Ceux qui rapporte un nombre nul d'heures travaillées sont représentés par une valeur de $H = 0$. Pour les autres, nous utilisons les règles suivantes :

$$h_{.,t}^* = \frac{\text{Heures annuelles déclarées}}{52 \times 40}$$
$$h_{.,t} = \begin{cases} 0 & \text{if } h_{.,t}^* = 0 \\ 0.25 & \text{if } 0 < h^* \leq 0.375 \\ 0.50 & \text{if } 0.375 < h^* \leq 0.625 \\ 0.75 & \text{if } 0.625 < h^* \leq 0.875 \\ 1.00 & \text{if } h > 0.875 \end{cases}$$
$$\omega_{.,t} = \frac{\text{Salaires observées}}{h_{.,t}^*}$$

Lorsque la valeur sur les heures annuelles travaillées est manquante, le statut de travail rapporté par chaque époux est utilisé à sa place (*alhrp28*). Dans ce cas, nous supposons que le répondant qui déclare travailler à temps plein a une valeur de $H = 1$ et que ceux déclarant travailler à temps partiel ont une valeur de $H = 1/2$

4.3 Conditions initiales

Le modèle s'intéresse particulièrement au comportement de la cohorte de 1958 du moment qu'ils atteignent l'âge de 50 ans. Il s'agit donc des répondants âgés de 50 ans dans l'EDTR de 2008. L'échantillon initial contient les familles pour lesquelles les hommes sont âgés de 50 à 55 ans et pour lesquels l'écart d'âge entre les conjoints est de 5 ans ou moins. Il en résulte un échantillon de 1163 ménages. L'EDTR contient l'information sur la province de résidence, le salaire des répondants (supposant qu'ils aient reçu un revenu de travail cette année là), s'ils ont droit à une pension liée à leur employeur et l'âge de leur conjoint. Pour obtenir une population représentative de la population canadienne âgée de 50 ans, les poids échantillonnaires inclus dans l'EDTR sont utilisés. Pour préserver cette représentativité, chaque ménage est dupliqué 10 fois et se voit assigner un salaire, gains moyens pensionables, et valeur des actifs à l'aide de la méthode discutée ci-haut.

La table suivante contient des statistiques descriptives des conditions initiales.

Table 5 – Statistiques descriptives des conditions initiales.

Variables	Moyennes	Ecart-types	Min.	Max.
Age Men	50	0	50	50
db = 1 Men	0.477	0.5	0	1
Full Time Wage Men	78249.009	80850.194	1451.46	1297551
APE Men	52712.352	60323.187	0	1246676.625
Age Women	47.682	2.145	45	54
db = 1 Women	0.444	0.497	0	1
Full Time Wage Women	59401.848	65505.812	2094.748	1769703.375
APE Women	34626.331	42769.346	0	773491.063
Relative Assets	1.862	3.842	0	25

4.4 Autres calibrations

Les simulations présentées ici utilisent un taux de rendement réel de 4% (voir French, 2005). Les taux de mortalité utilisés proviennent des tables de survie par période de 2008 de la *Human Mortality Database*. La pénalité du travail à temps partiel est de 30% (voir Gustman and Steinmeier, 2004).

4.5 Moments

Les moments utilisés pour la calibration proviennent de l'EDTR et de l'ESF. La calibration de la richesse se base sur la médiane de richesse observée dans l'ESF en 2005 et ajustée à sa valeur de 2008 à l'aide de l'indice de prix de la Banque de Canada. Moments utilisés sont la proportion de gens dans chacune des classes d'heures travaillées, la proportion de gens ayant demandé leurs prestations de retraite et la proportion de ménage dans lesquels ni l'homme ni la femme ne travaillent. Cette information provient de l'EDTR. Des écarts-types ont été calculés pour chacun de ces moments.

Les moments utilisés sont illustrés dans les tables ci-dessous.

Table 6 – Moments observés pour les femmes

Âge	Heure travaillés					Prestations demandées
	0	0.25	0.5	0.75	1	
50	0.174	0.067	0.103	0.146	0.509	0.000
51	0.171	0.091	0.092	0.155	0.491	0.000
52	0.168	0.119	0.115	0.100	0.498	0.000
53	0.245	0.079	0.067	0.170	0.438	0.000
54	0.207	0.077	0.088	0.112	0.516	0.000
55	0.298	0.080	0.136	0.163	0.323	0.198
56	0.279	0.122	0.096	0.158	0.345	0.104
57	0.333	0.121	0.095	0.152	0.299	0.215
58	0.354	0.112	0.085	0.147	0.301	0.257
59	0.338	0.115	0.123	0.116	0.308	0.328
60	0.546	0.125	0.053	0.086	0.189	0.515
61	0.518	0.115	0.050	0.142	0.175	0.613
62	0.575	0.084	0.103	0.082	0.156	0.700
63	0.603	0.091	0.083	0.060	0.162	0.706
64	0.599	0.074	0.084	0.081	0.162	0.678
65	0.724	0.106	0.082	0.025	0.063	0.949
66	0.751	0.094	0.065	0.018	0.071	0.962
67	0.885	0.051	0.020	0.009	0.035	0.965
68	0.880	0.056	0.042	0.019	0.002	0.878
69	0.854	0.039	0.000	0.020	0.087	0.986

Table 7 – Moments observés pour les hommes

Âge	Heure travaillés					Prestations demandées	Aucun époux ne travaille
	0	0.25	0.5	0.75	1		
50	0.124	0.039	0.030	0.078	0.728	0.000	0.066
51	0.059	0.025	0.037	0.075	0.804	0.000	0.016
52	0.120	0.030	0.039	0.090	0.721	0.000	0.064
53	0.044	0.062	0.050	0.042	0.801	0.000	0.023
54	0.119	0.060	0.025	0.081	0.715	0.000	0.027
55	0.132	0.055	0.034	0.084	0.695	0.112	0.081
56	0.149	0.048	0.063	0.022	0.718	0.125	0.053
57	0.109	0.075	0.056	0.106	0.653	0.203	0.059
58	0.205	0.072	0.018	0.062	0.642	0.151	0.132
59	0.314	0.036	0.058	0.107	0.484	0.272	0.175
60	0.305	0.107	0.068	0.070	0.451	0.576	0.141
61	0.393	0.120	0.040	0.035	0.413	0.532	0.271
62	0.400	0.060	0.067	0.081	0.392	0.629	0.308
63	0.478	0.107	0.058	0.058	0.299	0.744	0.304
64	0.524	0.125	0.058	0.049	0.243	0.735	0.404
65	0.558	0.094	0.094	0.053	0.202	0.943	0.377
66	0.567	0.139	0.078	0.060	0.156	0.997	0.461
67	0.636	0.085	0.106	0.054	0.119	0.895	0.543
68	0.730	0.030	0.079	0.030	0.130	0.958	0.600
69	0.654	0.065	0.088	0.018	0.176	0.946	0.587

4.6 Calibration des paramètres de préférences

Les paramètres à calibrer sont :

$$\theta = (\gamma, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{20}, \alpha_{21}, \alpha_{12}, \beta, \sigma)$$

Les paramètres ont été choisis de façon informelle, guidée par la littérature, afin de correspondre le plus adéquatement possible aux moments présentés ci-haut. Nous laissons pour une recherche future la possibilité d'estimer ces paramètres, ce qui nous demanderait un temps considérable et une capacité de calcul accrue. Des tests de sensibilité ont été faits et sont disponibles sur demande. La table suivante présente les valeurs retenues pour les paramètres.

Table 8 – Calibration du modèle

Parametre	Valeur
γ	2.5
α_{10}	-3.5
α_{11}	0.19
α_{20}	-2.0
α_{21}	0.12
$\ln \alpha_{12}$	-2
$\ln \sigma$	-2.3
β	0.96

Note : Pour une consommation en 10,000\$

Le paramètre d'aversion au risque est fixé à 2.5, ce qui est cohérent avec la valeur utilisée dans d'autres études (e.g. French, 2005). Malheureusement, à notre connaissance, les paramètres de loisir ne sont pas directement comparables avec d'autres études. Le paramètre pour la complémentarité du loisir est en ligne avec les résultats de Michaud et Vermeulen (2011). Finalement, le

facteur d'escompte de 0.96 conjugué au taux de rendement de 4% implique une consommation relativement constante si le risque de mortalité est omis.

5 Exemple de simulations : Réforme du Programme de la sécurité de la vieillesse

Une des applications principales d'un tel type de modèle est d'anticiper l'effet *ex ante* d'une politique publique qui affecte l'offre de travail intertemporelle. Jusqu'à maintenant, le modèle a été utilisé pour évaluer une partie de la réforme annoncée du programme de la SV et du SRG (Robitaille, 2013). L'objectif de cette réforme est de retarder l'âge d'admissibilité à la SV et du SRG de 65 à 67 ans. Elle serait mise en oeuvre progressivement entre 2023 et 2029. L'application de la réforme au modèle peut être faite en modifiant les paramètres financiers utilisés par le module d'imposition et en évaluant l'impact sur les finances publiques ainsi que sur les changements dans les comportements de travail.

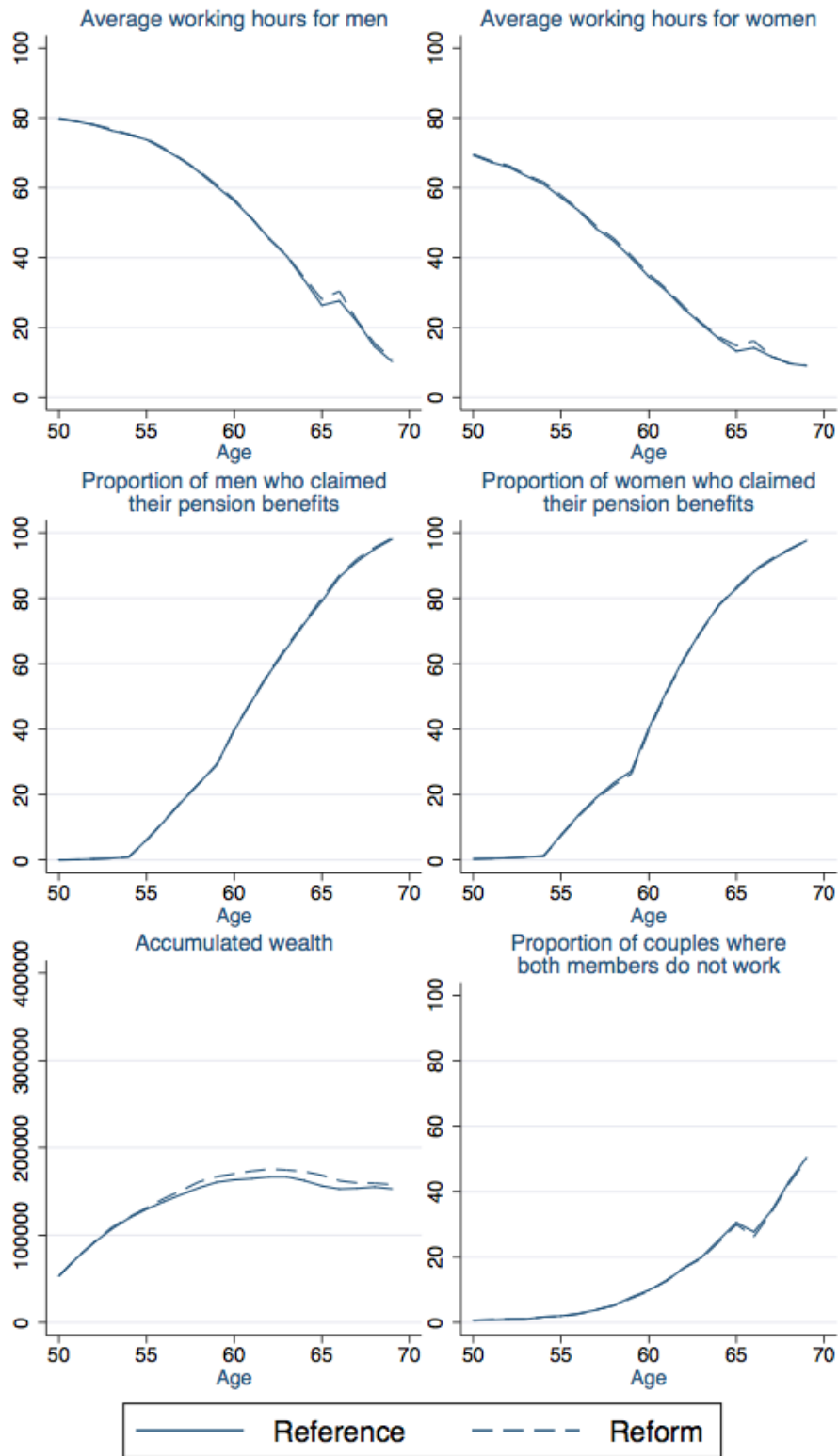
La figure 2 présente des graphiques afin de comparer certains éléments de résultats obtenus avant et après la réforme. À première vue, la réforme n'a qu'un impact mineur sur l'offre de travail et sur la réclamation de leur pension de retraite si ce n'est qu'une légère augmentation des heures travaillées avant la prise de la retraite. La réaction comportementale des agents est limitée suite à une telle réforme étant donné que le travail s'avère à être très peu attrayant rendu à un âge avancé. La réaction intertemporelle la plus importante se trouve sans aucun doute au niveau de la richesse accumulée. En effet,

les ménages ont tendance à accumuler plus d'actifs pour compenser pour le revenu manquant.

Pour illustrer l'effet de cette politique sur les ménages étudiés, considérez le tableau . Ce tableau présente la valeur actualisée des diverses variations dans les taxes et transferts suite à l'introduction de la réforme de la Sécurité de la vieillesse, du point de vue du gouvernement. Ainsi, une valeur positive indique un gain du gouvernement, alors qu'une valeur négative indique une perte. Les valeurs sont des moyennes *per capita*. On voit que les impôts, tant provinciaux que fédéraux, augmentent légèrement suite à la réforme, puisque certains individus augmentent leur offre de travail. Il va sans dire qu'il y a une variation substantielle du SRG et de la SV. La dernière partie du tableau révèle un aspect redistributif intéressant. Au total, les ménages dans le 10e percentile de revenus sont touchés beaucoup plus sévèrement, en termes de revenus, que ceux du 90e percentile. La simulation prévoit même une légère augmentation du revenu des individus très riche, une anomalie causée par la discrétisation de la grille d'offre de travail. Notons que la simulation semble sous-estimer la variation dans l'aide sociale, probablement due à l'absence d'hétérogénéité dans les préférences temporelles (voir Gustmann et Steinmeier, 2005) qui mène tout le monde à épargner au moins un peu.

Pour illustrer ces effets, considérons la figure 3, qui présente le flux complet des différences de revenus disponibles avant et après la réforme à chaque période dans le temps, en fonction de l'âge de l'homme. Notez que le double pic vient de l'écart d'âge entre hommes et femmes. La figure révèle que le 90e percentile ne voit qu'une variation mineure dans le temps, alors que les courbes médianes et du 10e percentiles voient de forts déclin quand les pro-

Figure 2 - L'impact de la réforme



Source : Bissonnette *et al.* (2013)

Table 9 – Valeur actualisée (2% par année) lorsque la tête du ménage a 50 ans de la valeur des changements causés par la réforme de la SV (moyenne par individu)

Composante	Valeur nette
Impôts sur le revenu	
Provincial	121.92
Fédéral	146.99
Programmes	
Aide sociale	-11.89
SRG	1,052.04
SV	16,869.04
Remboursement SV	-1,852.69
Revenus disponibles	
10e percentile	-8,035.83
Médiane	-7,743.67
90e percentile	777.75

grammes sont coupés. Cette analyse illustre l'intérêt de permettre à chaque

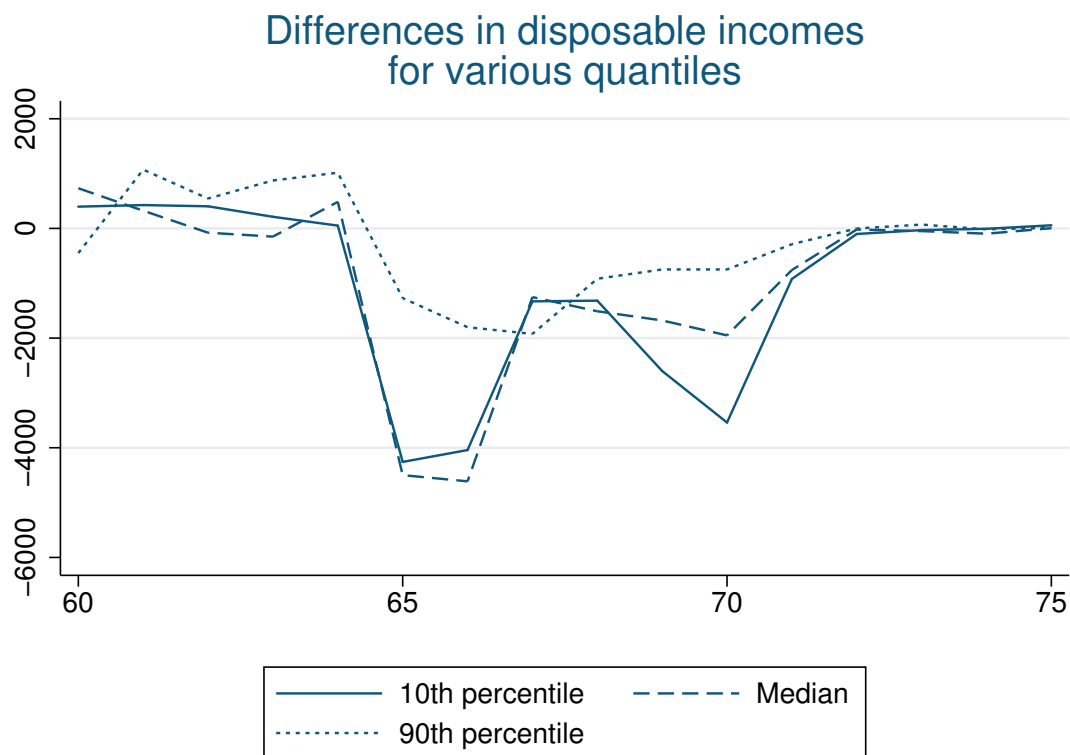


Figure 3 – Comparison des différences de revenus disponibles avant et après la réforme.

sous groupe de la population de modifier son comportement en fonction de sa situation et de ses contraintes, surtout lorsque nous voulons analyser la situation des plus pauvres dans la société.

6 Conclusions : pistes pour des recherches futures

Le modèle SimLab peut être vu comme la fondation à un programme de recherche future qui nécessitera plusieurs améliorations. Ces développements

futurs pourront être implémentés grâce à la structure flexible qui a été utilisée dans l'élaboration du présent modèle. Il y a au moins 5 améliorations qui devraient être apportées au modèle dans les prochaines années.

1. **Ajout d'hétérogénéité observée et non observée dans les préférences et les anticipations** : Une hétérogénéité dans les comportements peut difficilement être reproduite à l'aide d'un modèle où tous les agents sont identiques. La propension à demander ses prestations de retraite est un bon exemple de choix difficile à reproduire sans permettre une hétérogénéité dans les préférences, surtout compte tenu de la relative neutralité actuarielle des plans de pension. Néanmoins, plusieurs individus demandent leurs prestations dès qu'ils sont admissibles. Néanmoins, rendre tous les agents très impatients n'est pas une bonne solution, puisque cela serait incompatible avec les comportements d'épargne observés. Tel que démontré par Gustmann et Steinmeier (2005), l'hétérogénéité dans les facteurs d'escompte est une façon d'introduire cette variation dans l'âge de demande de prestations. L'hétérogénéité dans les anticipations peut aussi être importante. Par exemple, il est notoire que les individus avec de plus hauts revenus ont des taux de mortalité plus faible et, par conséquent, une plus haute espérance de vie. Introduire cette hétérogénéité dans le modèle aurait des implications importantes pour le comportement. Les ménages les plus riches ont besoin de financer leur consommation sur une plus longue période, ce qui les incite à épargner davantage ou à travailler plus longtemps. De plus, ce type d'hétérogénéité est important lorsque l'on considère les implications de réformes sur le bien-être. Par exemple, une réforme d'un plan de pension

tel que la RRQ peut être neutre d'un point de vue actuariel pour certains, mais ne pas l'être pour d'autres qui auraient des perspectives de survies plus faibles, mais paieraient la même contribution.

2. **La santé** : Dans la littérature récente, la santé a été introduite pour expliquer l'épargne et la retraite. Certains modèles ont même introduit l'investissement en santé comme décision qui doit être prise au même titre que les décisions de retraite et d'épargne. Il serait probablement impossible d'aller aussi loin avec notre modèle, compte tenu de sa complexité en termes de calculs. Il serait néanmoins possible de considérer l'état de santé comme source d'incertitude affectant les préférences (par le biais de l'utilité marginale du loisir) et la contrainte de budget (par le biais de dépenses spécifiques à la santé).
3. **Sorties alternatives du marché du travail** : En principe, les Canadiens peuvent prendre d'autres routes vers la retraite, incluant des bénéfices pour invalidité ou des primes d'assurance emploi (dans une moindre mesure). Modéliser ces alternatives peut être important puisque les réformes sur un programme affecteront la participation aux autres programmes.
4. **Revenus aléatoires** : Le modèle repose sur des salaires fixes et un travailleur désirant travailler peut *de facto* le faire. La réalité est plus complexe. Les individus peuvent perdre leurs emplois ou recevoir des offres salariales différentes. Cette incertitude affectera la retraite et les décisions d'épargne. De plus, l'incertitude dans les revenus est importante du point de vue des politiques publiques, puisque l'un des objectifs principaux du système d'assurance emploi est de protéger contre les faibles sa-

lares en âges avancés. Évaluer les conséquences de réformes de pension sans tenir compte de cet aspect mène donc à une analyse incomplète.

5. **Estimer le modèle** : En plus de ces améliorations, il serait important d'estimer formellement les paramètres du modèle plutôt que d'utiliser une calibration. Puisque l'estimation requiert de résoudre le modèle un grand nombre de fois, cela demandera par contre l'utilisation d'ordinateurs permettant d'exploiter le calcul parallèle de haute performance. L'équipe de recherche de la Chaire a de l'expérience dans ce type de calcul, et l'estimation du modèle fait partie de priorité dans le cadre de ce projet.

Références

- Baker, M. et Benjamin, D. (1999). Early Retirement Provisions and the Labor Force Participation of Older Men : Evidence from Canada. *Journal of Labor Economics*, 17(4):724–756.
- Baker, M., Gruber, J. et Milligan, K. (2003). The retirement incentive effects of Canada's income security programs. *Canadian Journal of Economics/Revue Canadienne d'Economique*, 36(2):261–290.
- Baker, M., Gruber, J. et Milligan, K. (2004). Income security programs and retirement in Canada. In Gruber, J. et Wise, D. A., éditeurs : *Social Security Programs and Retirement Around the World : Micro-Estimation*, volume I, pages 99–152. University Of Chicago Press, Chicago, IL.
- Berkovec, J. et Stern, S. (1991). Job Exit Behavior of Older Men. *Econometrica*, 59(1):189–210.
- Bissonnette, L., Bellemare, C., Clavet, N.-J., Duclos, J.-Y., Fortin, B., Lacroix, G., Marchand, S. et Michaud, P.-C. (2013). *Développement d'un modèle comportemental d'offre de travail au Canada*. SIMUL. 99 p.
- Blau, D. M. et Gilleskie, D. B. (2001). Retiree Health Insurance and the Labor Force Behavior of Older Men in the 1990s. *Econometrica*, 83(1):64–80.
- Broadbent, J., Palumbo, M. et Woodman, E. (2006). The Shift from Defined Benefit to Defined Contribution Pension Plans - Implications for Asset Allocation and Risk Management. Rapport technique CGFS-27, BIS Working Group. 55 p.

- French, E. (2005). The Effects of Health, Wealth, and Wages on Labour Supply and Retirement Behaviour. *Review of Economic Studies*, 72(2):395–427.
- French, E. et Jones, J. B. (2011). The Effects of Health Insurance and Self-Insurance on Retirement Behavior. *Econometrica*, 79(3):693–732.
- Gruber, J. et Wise, D. A. (2004). *Social Security Programs and Retirement around the World : Micro-Estimation*. National Bureau of Economic Research, Inc, Chicago, IL. 741 p.
- Gustman, A. L. et Steinmeier, T. L. (1986). A Structural Retirement Model. *Econometrica*, 54(3):555–584.
- Gustman, A. L. et Steinmeier, T. L. (2000). Retirement in Dual-Career Families : A Structural Model. *Journal of Labor Economics*, 18(3):503–545.
- Gustman, A. L. et Steinmeier, T. L. (2004). What People Don't Know About Their Pensions and Social Security. In Gale, W. G., Shoven, J. B. et Warshawsky, M. J., éditeurs : *Private Pensions and Public Policies*, pages 57–125. Brookings Institution, Washington, DC.
- Hurd, M. D. (1990). Research on the Elderly : Economic Status, Retirement, and Consumption and Saving. *Journal of Economic Literature*, 28(2):565–637.
- Kiefer, J. (1953). Sequential Minimax Search for a Maximum. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 4(3):502–506.
- Lefebvre, P., Merrigan, P. et Michaud, P.-C. (2011). The Recent Evolution of Retirement Patterns in Canada. *IZA Discussion Paper*, 5979. 42 p.

- Maestas, N. (2001). Labor, love and leisure : Complementarity and the timing of retirement by working couples. *Mimeo, Department of Economics, UC Berkeley*.
- Mastrogiacomo, M., Alessie, R. et Lindeboom, M. (2004). Retirement behaviour of Dutch elderly households. *Journal of Applied Econometrics*, 19(6):777–793.
- Michaud, P.-C. et Vermeulen, F. (2011). A Collective Labor Supply Model : Identification and Estimation in the Presence of Externalities by Means of Panel Data. *Labour Economics*, 18:159–167.
- Robitaille, M.-N. (2013). L'effet de la réforme du programme de la sécurité de la vieillesse sur les décisions de retraite. Mémoire de D.E.A., Université Laval. 57 p.
- Rust, J. et Phelan, C. (1997). How Social Security and Medicare Affect Retirement Behavior In a World of Incomplete Markets. *Econometrica*, 65(4):781–831.
- Scholz, J., Seshadri, A. et Khitatrakun, S. (2006). Are Americans Savings “ Optimally” for Retirement. *Journal of Political Economy*, 114(4):607–643.
- Stock, J. H. et Wise, D. A. (1990). Pensions, the Option Value of Work, and Retirement. *Econometrica*, 58(5):1151–1180.